

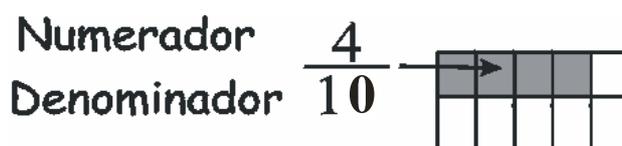
LAS FRACCIONES

LAS FRACCIONES Y SUS TÉRMINOS

Los términos de una fracción se llaman numerador y denominador.

El **denominador** indica el número de partes iguales en que se divide la unidad.

El **numerador** indica el número de partes que se toman de la unidad.



Si queremos calcular la **fracción de un número** dividimos el número por el denominador y el resultado lo multiplicamos por el numerador.

$$\frac{3}{5} (20) = 12 \qquad 20 : 5 = 4 \qquad 4 \times 3 = 12$$

Si el numerador es menor que el denominador, la fracción es menor que la unidad. A estas fracciones se les llama **fracciones propias**.

Si el numerador es mayor que el denominador, la fracción es mayor que la unidad. A estas fracciones se les llama **fracciones impropias**.

$$\frac{3}{5} \text{ Fracción propia}$$

$$\frac{13}{5} \text{ Fracción impropia}$$

Toda fracción mayor que la unidad puede expresarse como un **número mixto**, es decir, como la suma de un número natural y una fracción.

$$\frac{13}{5} = 2 + \frac{3}{5}$$

Diagrama de la división: $13 \overline{)5} \underline{10} \quad 3 \quad 2$. Una flecha apunta desde el 3 del cociente hacia el 3 del numerador de la fracción resultante. Otra flecha apunta desde el 2 del residuo hacia el 2 del denominador de la fracción resultante.

$2 + \frac{3}{5}$ Es un número mixto

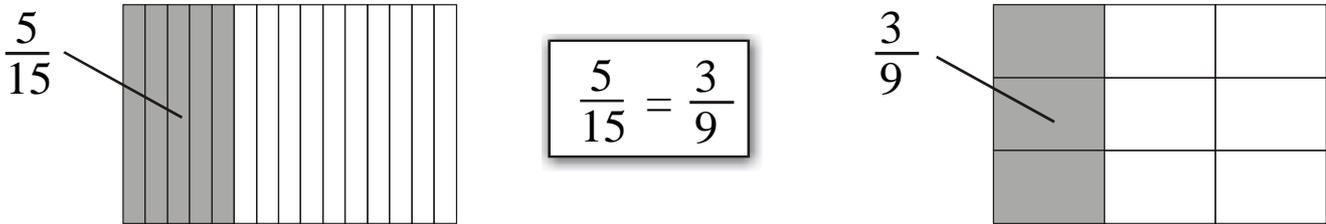
Si el numerador es múltiplo del denominador, la fracción puede convertirse en un número natural. Para calcularlo basta dividir el numerador por el denominador. A estas fracciones se les llama **fracciones aparentes**.

$$\frac{4}{2} = 2 \qquad \frac{6}{2} = 3 \qquad \frac{15}{5} = 3 \qquad \frac{12}{3} = 4$$

$\frac{4}{2}, \frac{6}{2}, \frac{15}{5}, \frac{12}{3}$ Son fracciones aparentes

FRACCIONES EQUIVALENTES. SU OBTENCIÓN

Dos fracciones son equivalentes cuando representan la misma parte de la unidad.



Para comprobar si dos fracciones son equivalentes podemos multiplicar sus términos en cruz. Si al multiplicar en cruz los términos el resultado es el mismo, las fracciones son equivalentes.

$$\frac{5}{15} \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \begin{matrix} \nwarrow \\ \nearrow \end{matrix} \frac{3}{9}$$

$$5 \times 9 = 15 \times 3$$

$$\begin{matrix} \downarrow & & \downarrow \\ 45 & & 45 \end{matrix}$$

Para obtener fracciones equivalentes, multiplicamos o dividimos el numerador y el denominador por el mismo número.

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{4} & \xrightarrow{\times 2} & \frac{6}{8} \\ & \xrightarrow{\times 3} & \frac{18}{24} \end{array}$$

$$\frac{75}{100} \xrightarrow{:5} \frac{15}{20} \xrightarrow{:5} \frac{3}{4}$$

$\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$ y $\frac{18}{24}$ $\frac{75}{100}$, $\frac{15}{20}$ y $\frac{3}{4}$

COMPARACIÓN DE FRACCIONES

a) **Fracciones con el mismo denominador.** Dadas dos fracciones con el mismo denominador es mayor la que tiene mayor numerador.

$$\frac{5}{15} > \frac{3}{15}$$

b) **Fracciones con distinto denominador.** Escribimos las fracciones equivalentes con el mismo denominador y comparamos los numeradores.

Para obtener las fracciones equivalentes multiplicamos numerador y denominador de cada fracción por los denominadores de las otras.

$$\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{5} = \frac{2 \times 4 \times 5}{3 \times 4 \times 5}, \frac{1 \times 3 \times 5}{4 \times 3 \times 5}, \frac{3 \times 3 \times 4}{5 \times 3 \times 4} = \frac{40}{60}, \frac{15}{60}, \frac{36}{60}$$

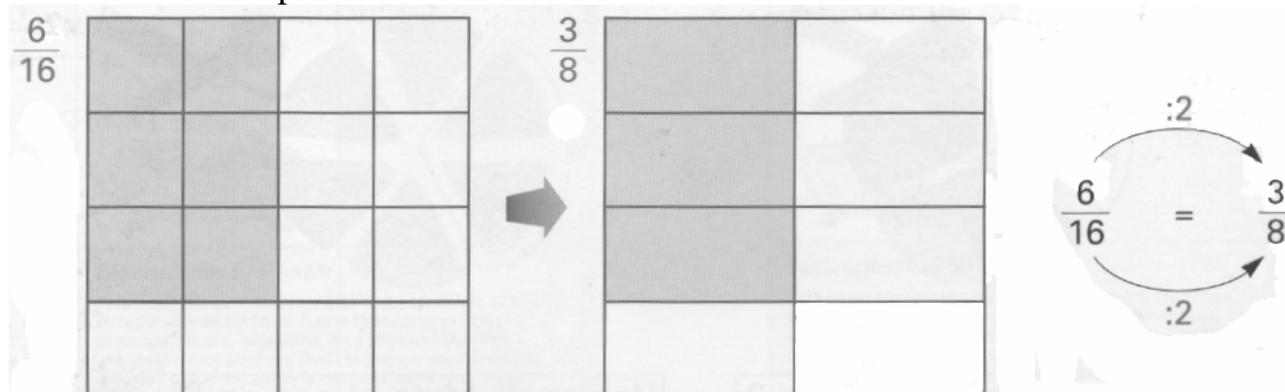
$$\frac{40}{60} > \frac{36}{60} > \frac{15}{60}$$

Otra manera para comparar fracciones con distinto denominador:

$\frac{6}{8}$ y $\frac{15}{14}$	<p>1º Hallamos el m.c.m. (mínimo común múltiplo) de los denominadores. Este será el denominador común.</p> $\left. \begin{array}{l} 8 = 2^3 \\ 14 = 2 \times 7 \end{array} \right\} \text{ m. c. m.} = 2^3 \times 7 = 56$ <p>2º Dividimos el m.c.m. por cada denominador; multiplicamos el resultado por cada numerador; ese producto será el numerador</p> $56 : 8 = 7 \quad \frac{6 \times 7}{56} \quad \frac{15 \times 4}{56} ; \quad \frac{42}{56} \quad \frac{60}{56}$ $56 : 14 = 4$ <p>3º Ahora tenemos dos fracciones con el mismo denominador. Será mayor la que tenga mayor numerador.</p> $\frac{42}{56} < \frac{60}{56}$
---------------------------------	---

SIMPLIFICAR UNA FRACCIÓN. FRACCIÓN IRREDUCIBLE

Simplificar una fracción es obtener otra equivalente dividiendo el numerador y el denominador por el mismo número.



Una fracción es irreducible cuando el numerador y el denominador tienen el 1 como divisor común.

Cuando dos números tienen solamente al 1 como divisor común se les llama **números primos entre sí**.

Hay 3 métodos para simplificar y llegar a la fracción irreducible:

- a) Se divide el numerador y el denominador por todos sus divisores comunes:

$$\frac{12}{18} \xrightarrow{:2} \frac{6}{9} \xrightarrow{:3} \frac{2}{3}$$

El 2 es un divisor común de 12 y de 18. El 3 es un divisor común de 6 y 9.

- b) Se divide el numerador y el denominador por el máximo común divisor.

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

$$\text{m.c.d.}(12, 18) = 6$$

$$\frac{12}{18} \xrightarrow{:6} \frac{2}{3}$$

- c) Se utiliza la descomposición factorial del numerador y del denominador:

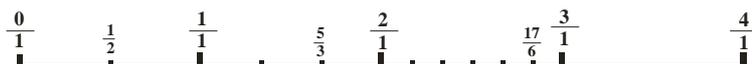
$$\frac{12}{18} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3} = \frac{2}{3}$$

REPRESENTACIÓN EN LA RECTA DE FRACCIONES

Transformamos la fracción a nº mixto y tomamos la parte entera más el trozo de segmento de la unidad siguiente correspondiente a la parte fraccionaria.

$$\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3}$$

$$\frac{17}{6} = 2 + \frac{5}{6}$$



FRACCIONES Y NÚMEROS DECIMALES

Una fracción se puede expresar con el número decimal que se obtiene al dividir el numerador entre el denominador.

$$\frac{3}{15}$$

$$\frac{3}{30} \quad \begin{array}{r} |15 \\ 0,2 \end{array}$$

$$\frac{3}{15} = 0,2$$

LAS FRACCIONES DECIMALES

Cada número decimal tiene asociada una fracción decimal. El numerador está formado por el número sin comas y el denominador por la unidad seguida de tantos ceros como decimales tiene el número.

$$0,3 = \frac{3}{10}$$

$$1,463 = \frac{1463}{1000}$$

$$23,42 = \frac{2342}{100}$$

Actividades:

1.- Calcula:

$\frac{4}{5}$ de 55, $\frac{3}{3}$ de 18, $\frac{3}{4}$ de 360, $\frac{5}{7}$ de 35, $\frac{3}{8}$ de 16

2.- En una clase de 24 alumnos, $\frac{5}{8}$ son chicas. ¿Cuántos chicos y chicas hay en la clase?

3.- La población de España en 1991 era de 39 millones de habitantes, $\frac{3}{13}$ de esta población tenía menos de 18 años y $\frac{2}{13}$ más de 65 años.

a) ¿Cuántas personas tenían menos de 18 años?

b) ¿Cuántos habitantes tenían más de 65 años?

c) Calcula el número de personas que tenían entre 18 y 65 años.

4.- Señala las fracciones que son iguales a 1 y las que son menores que 1:

$$\frac{12}{21} \quad \frac{10}{10} \quad \frac{104}{401} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{100}{100} \quad \frac{8}{8}$$

5.- Completa los términos que faltan en estas fracciones:

$$\frac{\square}{7} = 1 \quad \frac{15}{\square} = 1 \quad \frac{6}{\square} < 1 \quad \frac{\square}{2} = 1 \quad \frac{\square}{\square} < 1 \quad \frac{5}{\square} = 1$$

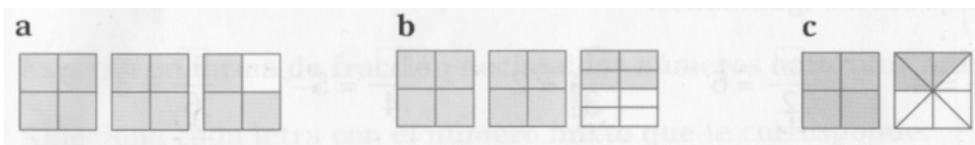
6.- Indica el número natural que corresponde a cada fracción:

$$\frac{27}{9} \quad \frac{12}{3} \quad \frac{30}{5} \quad \frac{24}{6} \quad \frac{40}{10} \quad \frac{18}{2} \quad \frac{16}{4}$$

7.- Completa las igualdades:

$$\frac{\square}{5} = 4 \quad \frac{\square}{2} = 6 \quad \frac{\square}{3} = 2 \quad \frac{\square}{4} = 5 \quad \frac{\square}{6} = 3$$

8.- Tomamos como unidad el cuadrado. Expresa como números mixtos la cantidad sombreada en cada caso.



9.- Escribe en forma de números mixtos las siguientes fracciones:

$$\frac{23}{7} \quad \frac{17}{3} \quad \frac{8}{5} \quad \frac{16}{9} \quad \frac{82}{15} \quad \frac{35}{20}$$

10.- Clasifica las siguientes fracciones en propias, impropias y aparentes:

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{6}{2}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{7}{5}, \quad \frac{15}{3}, \quad \frac{11}{12}, \quad \frac{4}{4}$$

11.- Multiplica en cruz y señala cuáles de las siguientes fracciones son equivalentes:

$$\frac{4}{6} \text{ y } \frac{2}{3} \quad \frac{2}{8} \text{ y } \frac{8}{2} \quad \frac{1}{3} \text{ y } \frac{3}{9} \quad \frac{2}{5} \text{ y } \frac{4}{9}$$

12.- Completa las expresiones para que las fracciones sean equivalentes.

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{\square}$$

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{\square}$$

$$\frac{7}{21} = \frac{1}{\square}$$

$$\frac{12}{16} = \frac{\square}{4}$$

13.- Completa las igualdades:

$$\frac{9}{15} = \frac{3}{\square}$$

$$\frac{10}{25} = \frac{\square}{5}$$

$$\frac{10}{100} = \frac{1}{\square}$$

$$\frac{49}{63} = \frac{\square}{9}$$

14.- Completa las series de fracciones equivalentes.

$$\frac{30}{60} = \frac{15}{\square} = \frac{5}{\square} = \frac{1}{\square}$$

$$\frac{80}{100} = \frac{\square}{50} = \frac{\square}{25} = \frac{\square}{5}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{\square}{9} = \frac{\square}{45} = \frac{\square}{90}$$

15.- Ordena estas fracciones de mayor a menor.

$$\frac{2}{17}$$

$$\frac{10}{17}$$

$$\frac{5}{17}$$

$$\frac{14}{17}$$

$$\frac{16}{17}$$

$$\frac{9}{17}$$

16.- Escribe en cada caso el signo $>$ $<$. Utiliza fracciones equivalentes.

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{7}$$

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{3}$$

17.- Halla la fracción irreducible de las siguientes expresiones:

$$\frac{2 \times 3 \times 5}{3 \times 5 \times 7}$$

$$\frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 5}$$

$$\frac{3 \times 3 \times 5}{3 \times 5 \times 5}$$

$$\frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 5}$$

18.- Dividiendo por los divisores comunes busca la fracción irreducible de:

$$8/10$$

$$4/20$$

$$18/24$$

$$15/24$$

$$4/6$$

$$9/18$$

$$5/20$$

19.- Calcula la fracción irreducible por el procedimiento del m.c.d.

$$24/60$$

$$81/135$$

$$100/150$$

$$78/42$$

20.- Dibuja un segmento y divídelo en 10 partes iguales.

a) Indica las fracciones que corresponden a los puntos.

b) Señala en el segmento la posición correspondiente a estas fracciones.

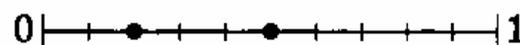
$$\frac{1}{10}$$

$$\frac{7}{10}$$

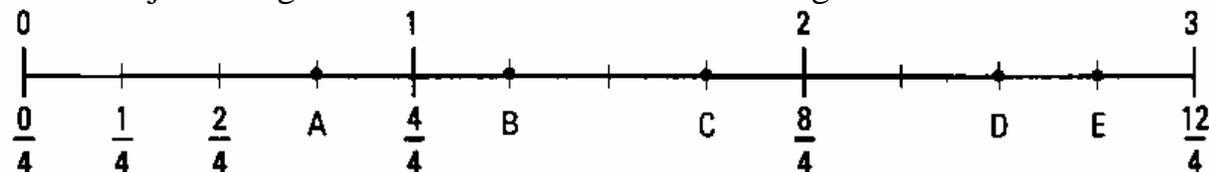
$$\frac{10}{10}$$

$$\frac{4}{10}$$

$$\frac{6}{10}$$



21.- Dibuja un segmento de 0 a 3 como el de la figura:



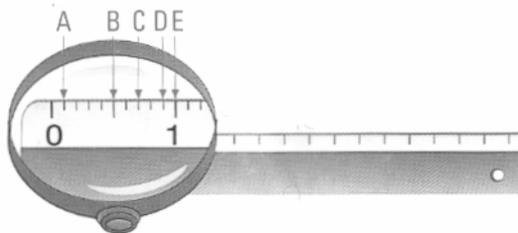
a) Escribe la fracción que corresponde a los puntos A, B, C, D y E.

b) Expresa con números mixtos la fracción de los puntos A, B, C, D y E.

c) Describe en forma de fracción los siguientes números mixtos:

$$1 + \frac{2}{4} = \frac{\square}{4} \quad 2 + \frac{1}{4} = \frac{\square}{4} \quad 2 + \frac{3}{4} = \frac{\square}{4} \quad 1 + \frac{1}{4} = \frac{\square}{4}$$

22.- ¿A qué fracción de un centímetro corresponde cada letra?



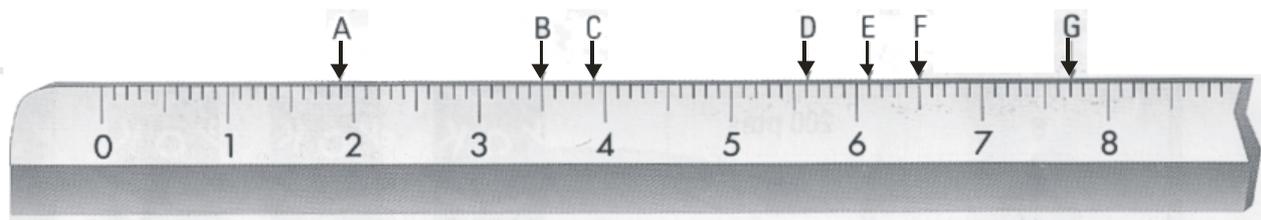
23.- Indica a qué números naturales corresponden estas fracciones:

$$\frac{30}{10} \quad \frac{110}{10} \quad \frac{40}{10} \quad \frac{80}{10} \quad \frac{1000}{10} \quad \frac{20}{10}$$

24.- Expresa en forma de fracción decimal los números naturales 7, 1, 5, 10 y 6.

25.- Relaciona cada letra con el número mixto que le corresponde:

$$5 + \frac{6}{10} \quad 3 + \frac{5}{10} \quad 7 + \frac{7}{10} \quad 1 + \frac{9}{10} \quad 3 + \frac{9}{10} \quad 6 + \frac{5}{10}$$



26.- Indica cuántas décimas le faltan a cada fracción para completar la unidad:

$$\frac{7}{10} \quad \frac{5}{10} \quad \frac{9}{10} \quad \frac{2}{10} \quad \frac{6}{10} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{8}{10}$$

27.- Calcula el número decimal que representa cada una de las siguientes fracciones:

$$\frac{3}{5} \quad \frac{9}{12} \quad \frac{12}{50} \quad \frac{6}{24} \quad \frac{7}{25}$$

28.- Asocia los siguientes números decimales a su fracción decimal:

$$37,4 \quad 3,73 \quad 7,23 \quad 0,723 \quad 4,02 \quad 0,42$$

29.- Completa la siguiente tabla:

	2 décimas	8 milésimas	14 centésimas	1 unidad y 7 centésimas	36 unidades 536 milésimas	102 milésimas
Número Decimal	0,2					
Fracción decimal	$\frac{2}{10}$					

Un camión cisterna transporta con una capacidad de 5.000 l. de leche, sale del almacén lleno.. Hace dos paradas y en la primera saca $\frac{1}{3}$ de la capacidad del depósito y en la segunda $\frac{3}{8}$ de dicha capacidad.¿Cuántos litros saca en total?

Datos que se dan.

Datos que se piden.

Solución:

En un campo se han plantado 600 árboles frutales entre perales y naranjos. La cantidad de perales es $\frac{1}{3}$ del total, y el resto se ha plantado de naranjos.

a) Calcula la cantidad de perales y de naranjos plantados.

b) ¿Qué fracción del campo se ha plantado de naranjos?

Datos que se dan.

Datos que se piden.

Solución:

En un circo caben 800 personas. En las tres filas alrededor de la pista se sientan $\frac{1}{5}$ de las personas.. En las tres filas siguientes se sientan los $\frac{7}{16}$. En las gradas se sienta el resto. ¿Cuántas personas se sientan en las gradas?

Datos que se dan.

Datos que se piden.

Solución:

En un campo de 1.500 m^2 se siembran los $\frac{2}{5}$ de cebada y el resto de trigo.

a) ¿Cuántos m^2 se siembran de trigo?

b) ¿Qué fracción del campo se ha sembrado de trigo?

Datos que se dan.

Datos que se piden.

Solución:

En una bodega hay 3 toneles de vino con 540 l., 860 l., y 600 l. Se vende $\frac{1}{4}$ de la cantidad de vino, y después $\frac{2}{5}$ de la misma cantidad. ¿Cuántos litros de vino quedan?